Diploma Programme
Programme du diplôme
Programa del Diploma

© International Baccalaureate Organization 2025

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/.

© Organisation du Baccalauréat International 2025

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2025

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/.

Diploma Programme
Programme du diplôme
Programa del Diploma

Mathematik: Analyse und Ansätze
Leistungsstufe
1. Klausur

10. November 2025

Zone A Nachmittag | **Zone B** Nachmittag | **Zone C** Nachmittag

Prüfungsnummer des Kandidaten

2 Stunden

Hinweise für die Kandidaten

- Schreiben Sie Ihre Prüfungsnummer in die Felder oben.
- Öffnen Sie diese Prüfungsklausur erst nach Aufforderung.
- Für diese Klausur dürfen Sie keinen Taschenrechner nutzen.
- Teil A: Beantworten Sie alle Fragen. Die Antworten müssen in die dafür vorgesehenen Felder geschrieben werden.
- Teil B: Beantworten Sie alle Fragen im beigefügten Antwortheft. Tragen Sie Ihre Prüfungsnummer auf der Vorderseite des Antwortheft ein und heften Sie es mit dieser Prüfungsklausur und Ihrem Deckblatt mit Hilfe der beiliegenden Klammer zusammen.
- Sofern in der Frage nicht anders angegeben, sollten alle numerischen Antworten entweder exakt oder auf drei signifikante Stellen genau angegeben werden.
- Für diese Klausur ist ein unverändertes Exemplar der **Formelsammlung zu Mathematik: Analyse und Ansätze LS** erforderlich.
- Die Höchstpunktzahl für diese Prüfungsklausur ist **[110 Punkte]**.

8825 – 7176

© International Baccalaureate Organization 2025

International Baccalaureate
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

Für eine richtige Antwort ohne Rechenweg wird möglicherweise nicht die volle Punktzahl anerkannt. Die Antworten müssen durch einen Rechenweg bzw. Erläuterungen ergänzt werden. Bei falschen Antworten können ggf. Punkte für die richtige Methode vergeben werden, sofern dies durch einen schriftlichen Rechenweg erkennbar wird. Deshalb sollten Sie alle Rechenwege offenlegen.

Teil A

Beantworten Sie **alle** Fragen. Die Antworten müssen in die dafür vorgesehenen Felder geschrieben werden. Bei Bedarf kann der Rechenweg unterhalb der Zeilen fortgesetzt werden.

1. [Maximale Punktzahl: 5]

Der 7. Term einer arithmetischen Folge ist 6.

Die Summe aus dem 6. Term und dem 12. Term beträgt 24.

Finden Sie den ersten Term und die gemeinsame Differenz.

2. [Maximale Punktzahl: 6]

Für die Ereignisse A und B gilt: $\mathrm{P}(A)=\frac{1}{2}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{1}{3}$ und $\mathrm{P}(A \mid B)=\frac{1}{4}$.

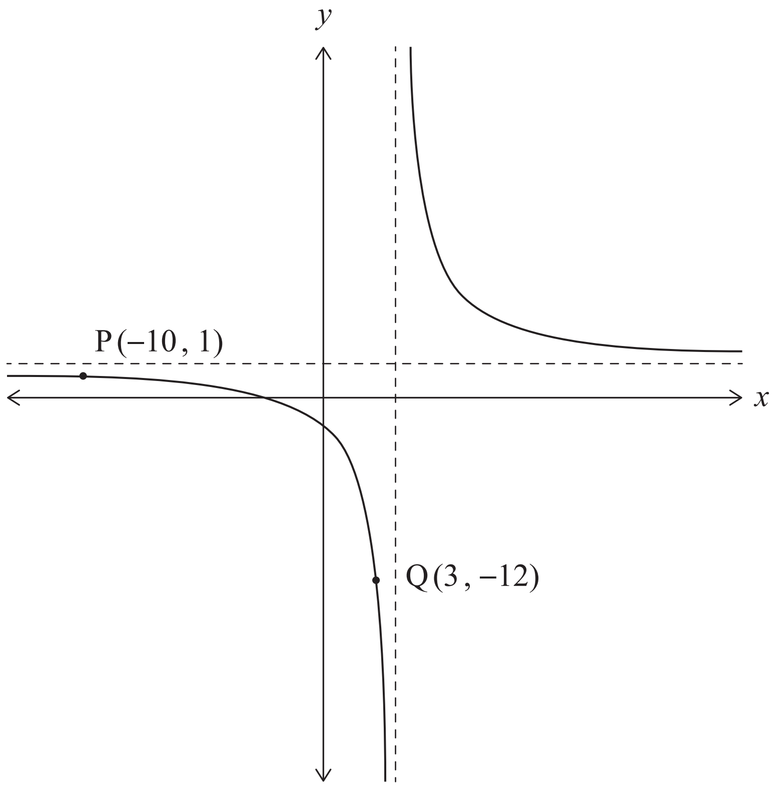
(a) Finden Sie die Wahrscheinlichkeit, dass beide Ereignisse A und B eintreten. [2]

(b) Finden Sie $\mathrm{P}(A \mid B')$. [4]

3. [Maximale Punktzahl: 8]

Das folgende Schaubild zeigt den Graphen von $y = \dfrac{Ax+B}{x-4}$, mit $x \in \mathbb{R}, x \neq 4$ und $A, B \in \mathbb{Z}$.

Der Graph verläuft durch die Punkte $\mathrm{P}(-10, 1)$ und $\mathrm{Q}(3, -12)$.



(a) Bestimmen Sie die Werte von A und B. [3]

(b) Beschreiben Sie eine Folge von Abbildungen (Transformationen), die den Graphen von $y = \dfrac{1}{x}$ in den Graphen von $y = \dfrac{Ax+B}{x-4}$ überführt. [5]

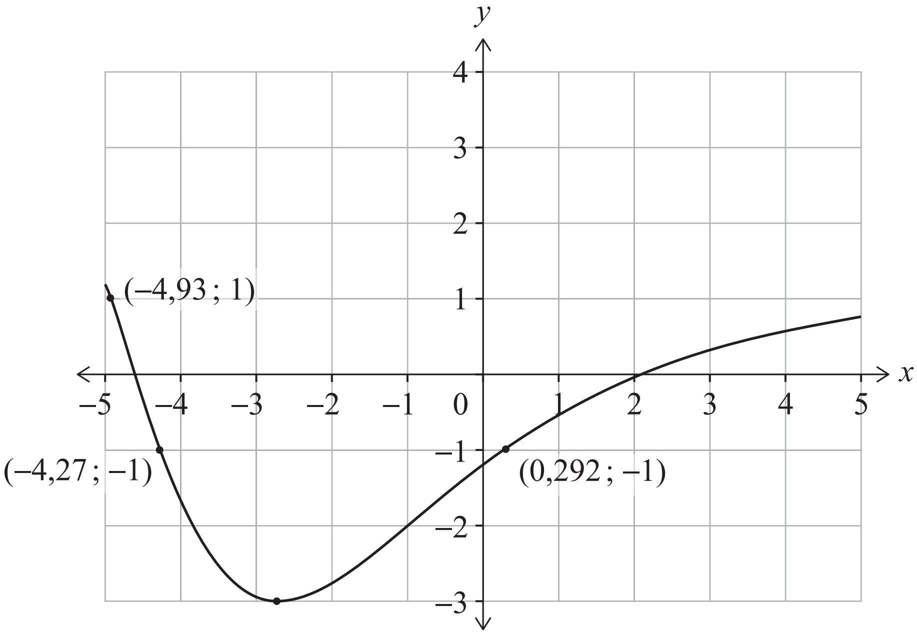
4. [Maximale Punktzahl: 5]

Lösen Sie die Gleichung $3\log_8 10x - \log_4 x = 1$ für $x > 0$.

5. [Maximale Punktzahl: 8]

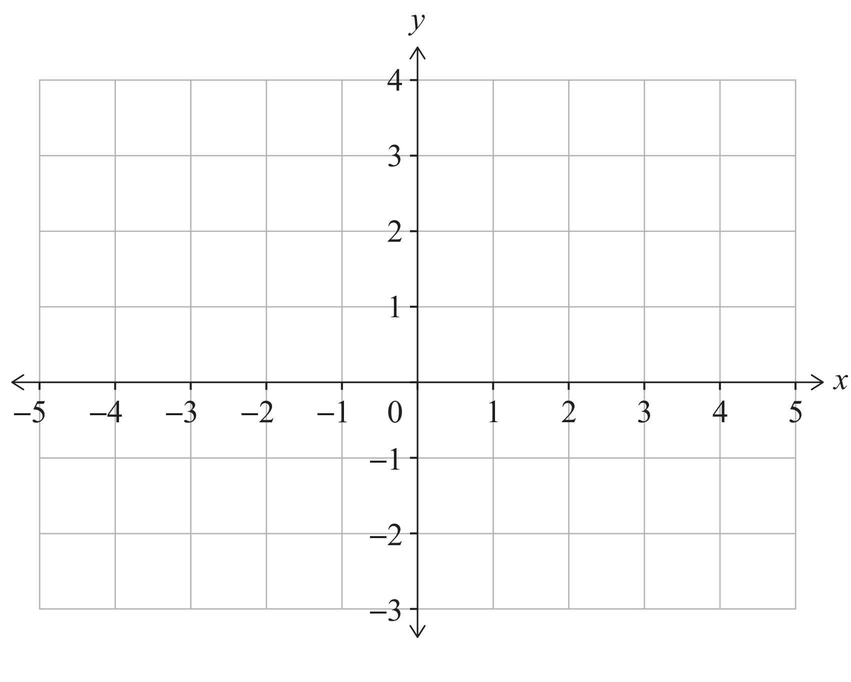
Der Graph von $y = f(x)$ für $-5 \leq x \leq 5$ ist im folgenden Diagramm dargestellt.

Die Kurve verläuft durch die Punkte $(-4{,}93\,;\,1)$, $(-4{,}27\,;\,-1)$ und $(0{,}292\,;\,-1)$.



(a) Skizzieren Sie im folgenden Koordinatensystem:

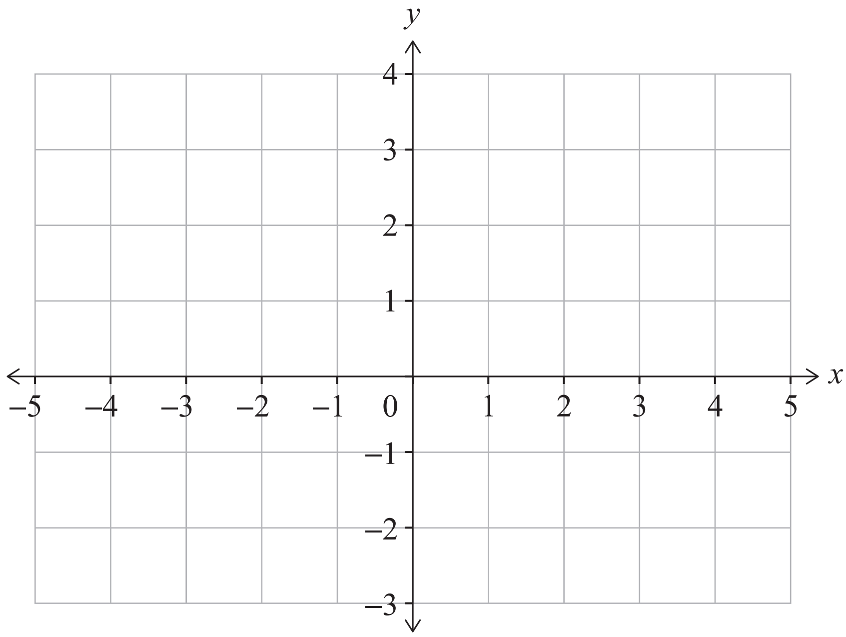
(i) Den Graphen von $y = f(|x|)$ mit seinen ungefähren Achsenschnittpunkten.



(Auf die vorliegende Frage wird auf der nächsten Seite weiter eingegangen)

(Fortsetzung Frage 5)

(ii) Den Graphen von $y = |f(x)|$ mit seinen ungefähren Achsenschnittpunkten. [4]



(b) Lösen Sie die Ungleichung $|f(x)| \geq \left(f(x)\right)^2$. [4]

6. [Maximale Punktzahl: 7]

Bei dieser Fragestellung dürfen Sie folgendes Ergebnis voraussetzen:

$$\int x \operatorname{cosec}^2 x \, \mathrm{d}x = \ln|\sin x| - x \cot x + c .$$

Betrachten Sie die Differentialgleichung $x\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} + 3y = \dfrac{\operatorname{cosec}^2 x}{x}$ für $0 < x < \pi$.

Es gilt: $y = \dfrac{8}{\pi^2}$ für $x = \dfrac{\pi}{2}$. Finden Sie die zugehörige spezielle Lösung dieser Differentialgleichung.

Drücken Sie Ihre Antwort in der Form $y = f(x)$ aus.

7. [Maximale Punktzahl: 8]

Die diskrete Zufallsvariable X hat die folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung:

x	1	2	3
$\mathrm{P}(X=x)$	$0{,}6-2a$	$3a$	$0{,}4-a$

(a) Finden Sie den Wertebereich der möglichen Werte von a. [2]

(b) Bestimmen Sie Var $(2-X)$ für den Fall $a=0{,}2$. [6]

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

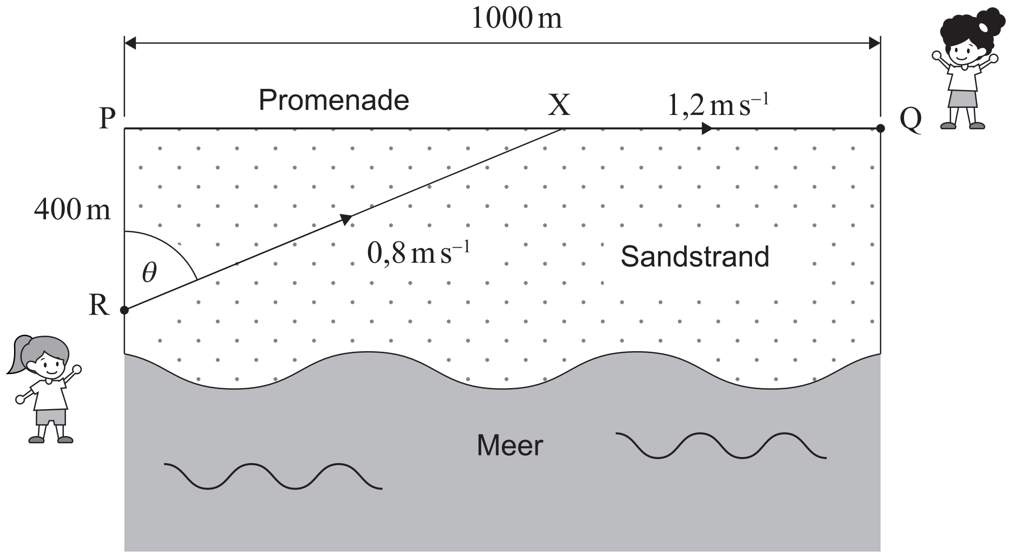
8. [Maximale Punktzahl: 9]

Astrid und Bronwyn sind im Urlaub am Strand von Blackpool.

Astrid steht am Strand bei Punkt R und sieht Bronwyn auf der Promenade am Punkt Q stehen. $\mathrm{PR} = 400\ \mathrm{m}$, $\mathrm{PQ} = 1000\ \mathrm{m}$, $\mathrm{P\hat{R}X} = \theta$ mit $0 < \tan\theta \le \frac{5}{2}$.

Astrid geht auf der Promenade geradlinig von R mit der Geschwindigkeit $0{,}8\ \mathrm{m\ s^{-1}}$ bis zum Punkt X. Dann joggt sie mit der Geschwindigkeit $1{,}2\ \mathrm{m\ s^{-1}}$ entlang der Promenade.

Dies ist im folgenden Diagramm dargestellt.



Es gilt: $\mathrm{RX} = 400 \sec\theta$ und $\mathrm{XQ} = 1000 - 400\tan\theta$.

T sei die Zeit (in Sekunden), die Astrid bis zu Bronwyn braucht.

(a) Zeigen Sie, dass $T = 500\sec\theta + \dfrac{2500 - 1000\tan\theta}{3}$. [2]

(b) Finden Sie $\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}\theta}$. [3]

Astrid wählt den Winkel θ für Ihren Weg über den Strand zum Punkt X, um Bronwyn in der kürzest möglichen Zeit zu erreichen. Sie dürfen davon ausgehen, dass T genau einen Minimalwert hat.

(c) Zeigen Sie, dass in diesem Fall gilt: $\mathrm{PX} = 160\sqrt{5}\ \mathrm{m}$. [4]

(Auf die vorliegende Frage wird auf der nächsten Seite weiter eingegangen)

(Fortsetzung Frage 8)

Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

Teil B

Beantworten Sie **alle** Fragen im beigefügten Antwortheft. Bitte beginnen Sie jede Frage auf einer neuen Seite.

9. [Maximale Punktzahl: 15]

Betrachten Sie die Funktion $f\left(x\right)=\frac{1}{2}x^2+kx+13$ mit $x \in \mathbb{R}$ und $k \in \mathbb{Z}^+$.

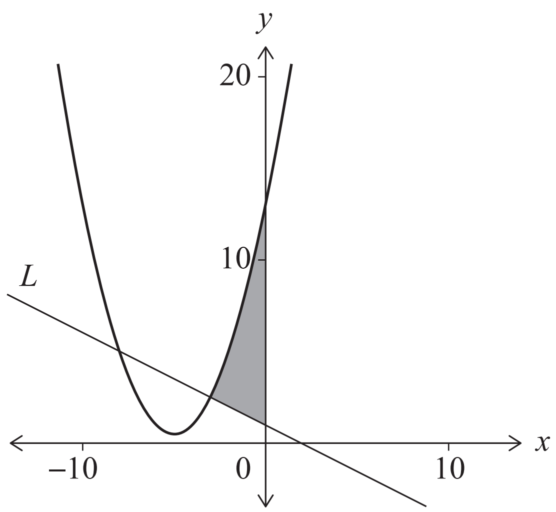
(a) Zeigen Sie dass der größtmögliche Wert von k 5 ist, unter Annahme, dass die Gleichung $f(x)=0$ keine reellen Lösungen aufweist. [2]

Betrachten Sie für den weiteren Fortgang dieser Frage den Fall $k=5$.

(b) (i) Notieren Sie die Gleichung der Symmetrieachse des Graphen von f.

(ii) Bestimmen Sie unter Nutzung der Vorarbeit oder mittels einer anderen Methode die Koordinaten des Minimums auf dem Graphen von f. [3]

Das folgende Schaubild zeigt den Graphen von f und der Normalen L zur Kurve bei $x=-3$. Die schattierte Fläche im Schaubild wird begrenzt durch die Kurve, die Gerade L und die y-Achse.



(c) Zeigen Sie, dass L durch die Gleichung $y=-\frac{1}{2}x+1$ beschrieben wird. [5]

(d) Finden Sie unter Nutzung der Vorarbeit den Flächeninhalt der schattierten Fläche. [5]

Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

10. [Maximale Punktzahl: 19]

Der Punkt $\mathrm{P}(-1\,,\,1\,,\,-13)$ liegt auf der Geraden L_1. Ein Richtungsvektor der Gerade L_1 ist $\begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

(a) Notieren Sie eine Vektorgleichung für L_1 in der Form $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{a} + \lambda \boldsymbol{b}$. [1]

(b) Die Gerade L_2 verläuft durch die Punkte $\mathrm{A}(2\,,\,-4\,,\,2)$ und $\mathrm{B}(7\,,\,-6\,,\,1)$. Finden Sie eine Vektorgleichung für die Gerade L_2 in der Form $\boldsymbol{s} = \boldsymbol{c} + \mu \boldsymbol{d}$. [2]

(c) Zeigen Sie, dass L_1 und L_2 windschief sind. [5]

Der Punkt N liegt auf L_2.

(d) Finden Sie $\overrightarrow{\mathrm{PN}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AB}}$ in Abhängigkeit von μ. [4]

(e) N sei der Punkt auf L_2 mit der kürzesten Entfernung zu P. Finden Sie die Koordinaten von N. [3]

(f) Der Punkt O bezeichnet den Ursprung $(0\,,\,0\,,\,0)$.
Finden Sie die Gleichung der Ebene, welche die Punkte O, P und N enthält, in der Form $\alpha x + \beta y + \gamma z = \delta$, mit $\alpha\,,\,\beta\,,\,\gamma\,,\,\delta \in \mathbb{Z}$. [4]

Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

11. [Maximale Punktzahl: 20]

(a) Es sei $w = 1 + \mathrm{i}\sqrt{3}$.

(i) Drücken Sie w in der Form $w = r\mathrm{e}^{\mathrm{i}\alpha}$ aus, mit $r > 0$ und $-\pi < \alpha \leq \pi$.

(ii) Zeigen Sie, dass gilt: $\left(1+\mathrm{i}\sqrt{3}\right)^8 + \left(1-\mathrm{i}\sqrt{3}\right)^8 = -256$. [6]

Es gilt $\left(1+\mathrm{i}\tan\theta\right)^n \equiv \dfrac{\cos n\theta + \mathrm{i}\sin n\theta}{\cos^n\theta}$ für $\cos\theta \neq 0$, $n \in \mathbb{Z}^+$.

(b) Zeigen Sie, dass gilt: $\left(1+\mathrm{i}\tan\theta\right)^4 + \left(1-\mathrm{i}\tan\theta\right)^4 \equiv \dfrac{2\cos 4\theta}{\cos^4\theta}$. [3]

(c) Bestimmen Sie unter Nutzung der Vorarbeit die vier Lösungen der Gleichung $(1+z)^4 + (1-z)^4 = 0$. Geben Sie Ihre Antwort in der Form $z = \mathrm{i}\tan\left(\dfrac{k\pi}{8}\right)$, mit $k \in \mathbb{Z}^+$. [4]

(d) Zeigen Sie unter Betrachtung der Binomialentwicklung von $(1+z)^4 + (1-z)^4$, dass gilt: $\tan\dfrac{\pi}{8} = \sqrt{3-2\sqrt{2}}$. [7]

Disclaimer:

Die bei IB-Prüfungen verwendeten Inhalte entstammen häufig Originalwerken von Dritten. Die in ihnen geäußerten Meinungen sind die der jeweiligen Autoren oder Autorinnen und/oder Herausgeber und Herausgeberinnen und geben nicht notwendigerweise die Ansichten von IB wieder. Unternehmen, Produkte oder Personen, die in der Vorlage genannt werden, sind manchmal fiktiv; jede Ähnlichkeit mit tatsächlichen Einrichtungen ist rein zufällig. Alle enthaltenen anerkannten Marken™ oder registrierten Marken® werden nur zur Veranschaulichung verwendet, und die Verwendung impliziert keine Zugehörigkeit zum International Baccalaureate oder eine Befürwortung durch dieses.

Bitte schreiben Sie **nicht** auf dieser Seite.

Antworten, die auf dieser Seite geschrieben werden, werden nicht bewertet.